

**Задания 1-го (заочного) этапа Олимпиады школьников
РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева 2026/2027 гг.**

**МАТЕМАТИКА
(для учащихся 9 -10 классов)**

1. Упростите выражение:

$$\frac{\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)^y \left(x + \frac{1}{y}\right)^{3-y}}{\left(x^3 - \frac{1}{y^3}\right)^x \left(y - \frac{1}{x}\right)^{x-y}}$$

2. Решите неравенство:

$$\sqrt{5x + 6} < -x$$

3. Упростите выражение:

$$1 + \cos\left(5\pi - \frac{\beta}{2}\right) - \sin^2 \frac{\beta}{4} + \cos^2 \frac{\beta}{4}$$

4. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} ab + bc = 15, \\ bc + ca = -9, \\ ab + ca = 6. \end{cases}$$

5. Найдите все значения параметра $a \in \mathbb{R}$, для которых сумма корней квадратного уравнения $x^2 - 3a(x - 2) - 2 = 0$ равна сумме квадратов его корней.

6. Даны две прогрессии:

$$2; 26; 50; 74; \dots \quad \text{и} \quad \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; \dots$$

На сколько процентов шестой член первой прогрессии меньше десятого члена второй прогрессии? (Ответ дайте с точностью до 0,01%).

7. Из молока, жирность которого составляет 5%, изготавливают творог жирностью 20%, при этом остаётся сыворотка, жирность которой равна 0,4%. Сколько творога получается из 400 килограммов молока? (При необходимости ответ округлите до сотых).
8. Катеты прямоугольного треугольника равны 15 и 20 см. Найдите высоту, опущенную на гипотенузу.

9. На сторонах AB и AC треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ABEF$ и $ACDK$. Точка N — середина стороны BC . Найдите расстояние от точки N до центров этих квадратов, если $AB = 12$, $AC = 20$ и угол $\angle BAC = 30^\circ$.
10. Турист проехал на велосипеде 80 км и прошел пешком 20 км. При этом пеший путь занял у него на 3 часа больше, чем путь на велосипеде (или измените условие на аналогичное). Если бы турист шел пешком столько же времени, сколько ехал на велосипеде, а ехал на велосипеде столько же, сколько шел пешком, то эти расстояния относились бы определенным образом... Сколько времени турист ехал на велосипеде, а сколько шел пешком?

МАТЕМАТИКА
(для учащихся 11 класса)

1. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} ab + bc = 15, \\ bc + ca = -9, \\ ab + ca = 6. \end{cases}$$

2. Найдите все значения параметра $a \in \mathbb{R}$, для которых сумма корней уравнения $x^2 - 3a(x - 2) - 2 = 0$ равна сумме квадратов его корней.

3. Решите неравенство:

$$\frac{(\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}) \sqrt{4x^2 - 12x + 9}}{x - 4} \geq 0$$

4. Вычислите значение выражения $3^x + 3^{-x}$, если известно, что $9^x + 9^{-x} = 47$.
5. Найдите четыре ближайших к нулю корня уравнения:

$$1 - \sin 2x = \cos x - \sin x$$

6. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений:

$$\begin{cases} |2x - y + 3| \leq 9, \\ (x - a)^2 + (y + a)^2 = 3 + a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

7. Дана конечная арифметическая прогрессия, сумма всех членов которой равна 108, произведение второго члена на разность прогрессии равно 24, а сумма третьего и шестого членов равна 30. Найдите произведение первых трех членов данной прогрессии.
8. На сторонах AB и AC треугольника ABC вне треугольника построены квадраты $ABEF$ и $ACDK$. Точка N — середина стороны BC . Найдите расстояние от точки N до центров этих квадратов, если $AB = 12$, $AC = 20$ и угол $\angle BAC = 30^\circ$.
9. Турист проехал на велосипеде 80 км и прошел пешком 20 км. При этом пеший путь занял у него на 3 часа больше, чем путь на велосипеде (или измените условие на аналогичное). Если бы турист шел пешком столько же времени, сколько ехал на велосипеде, а ехал на велосипеде столько же, сколько шел пешком, то эти расстояния относились бы определенным образом... Сколько времени турист ехал на велосипеде, а сколько шел пешком?

10. Найдите все значения параметра a , для которых решением уравнения:

$$\sqrt{x+3-2\sqrt{x+2}} + \sqrt{x+6-4\sqrt{x+2}} = a$$

является отрезок $[1; 4]$.